

ПОСТРОЕНИЕ ОБВОДОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА ГЛАДКОСТИ ИЗ ДУГ КРИВЫХ 2-ГО ПОРЯДКА

Т. М. Мясоедова

Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия

Аннотация. Решение многих инженерных задач требует построения кривых линий, проходящих через упорядоченный массив точек. Практические задачи по формированию сложных технических контуров сопряжено с представлением всего контура, как линии, сконструированной из составных кривых, сформированных из дуг простых кривых. Здесь возникает задача – стыковки этих дуг между собой с заданным порядком гладкости. В работе рассмотрены примеры построения гладкого класса обвода методом кривых второго порядка с заданными касательными в узлах.

Ключевые слова: кривая второго порядка, кривизна, касательная, алгоритм.

DOI: 10.25206/2310-4597-2019-1-212-215

I. ВВЕДЕНИЕ

В инженерной практике конструируют обводы различной степени гладкости в зависимости от требований, предъявляемых к качеству технических поверхностей. При проектировании технических поверхностей сложной формы автоматизация геометрических расчетов существенно зависит от применяемых алгоритмов моделирования и применяемого математического аппарата. Обеспечение 2-го порядка гладкости и выше, который подразумевает совпадение кривизны в точке стыковки задача решение которой опирается на достаточно сложные алгоритмы, связанные с определением нужного количества производных в месте стыковки. Чем выше порядок гладкости, тем сложнее геометрический алгоритм формирования обвода, а соответственно и его аналитическое описание. Однако задачу построения обвода необходимого порядка гладкости можно значительно упростить, если все необходимые свойства заложить на стадии конструирования дуги обвода [1]. В геометрическом моделировании большое теоретическое и прикладное значение имеет разработка методов и алгоритмов проектирования сложных криволинейных обводов, описываемых параметрической форме.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для сложного контура из дуг кривых второго порядка, принимаемого в качестве профиля карманной поверхности технического изделия, требуется построить замкнутую кривую класса C^2 , проходящую через узловые точки сложного контура [2]. Применяемые методы должны выполнять следующие требования:

1. Методы должны обеспечивать гладкое соединение отдельных кривых (сегментов),
2. Методы должны обеспечивать возможность управления формой кривой путём изменения небольшого количества параметров,
3. Включение нового сегмента кривой не должно нарушать гладкость всей кривой.

III. ТЕОРИЯ

Исходными данными для построения обвода являются точки $M_i(x_{Mi}, y_{Mi})$ массива $\{M_i\}_1^N$, $i=1 \dots N$, касательные l_i проходящие через точки массива (рис. 1.) и значение кривизны заданное в начальной точке обвода. Касательные задаются параметрическими уравнениями прямых проходящих через точки G_i и M_{i+1} , G_i – точка пересечения касательных, проходящих через соседние точки контура. l_i задаются следующим образом:

$$l_i: x_{li} = m_i t_i + x_{Mi}; y_{li} = n_i t_i + y_{Mi}; t_i \in [0, k], \quad (1)$$

где $\bar{e}_{Mi} = \{m_i, p_i\}_i^N$ направляющие вектора касательных, k – параметр, определяющий положение точек пересечения касательных G_i , $1 < k < 2$.

Для касательной $l_1=G_1M_2$, G_1 – определяется как вершина равностороннего треугольника $\Delta M_1G_1M_2$. Для касательных $l_2 \dots l_N$, $G_2 \dots G_N$ находятся из выражения (1), где $t=k$.

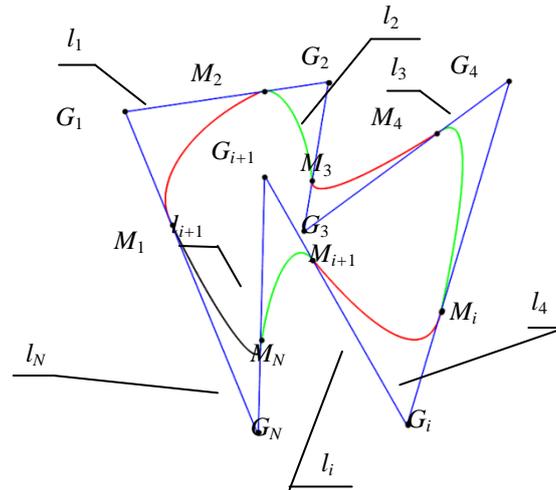


Рис. 1. Исходный контур $\{M_i\}_1^N$, l_i – касательные, G_i – точки пересечения касательных

В основу описания положен алгоритм построения обвода гладкости C^2 кривыми второго порядка с заданными в узлах касательными предложенный в работе [3].

Замкнутые контуры описываются параметрическими уравнениями сегментов \overline{R}_i обводов контуров:

$$\overline{R}_i = \frac{\bar{r}_i + t\bar{r}_{G_i} + t^2\gamma_i\bar{r}_{i+1}}{1+t+\gamma_i t^2}, \quad t = \frac{\tau}{1-\tau}, \quad \tau \in [0,1); \quad \bar{r}_i = \{x_i, y_i\}, \quad (2)$$

где G_i – точка пересечения касательных, γ_i – расчётный параметр. Параметр γ_i рассчитывается по формуле (2), $k(M_1)$ – кривизна в начальной точке обвода. При этом форма кривой обвода регулируется кривизной $k(M_1)$ в начальной точке обвода первого сегмента и положением G_i точек пересечения касательных.

$$\gamma_1 = \frac{k(M_1) |M_1 G_1|^3}{S\Delta M_1 G_1 M_2}, \quad (3)$$

где $S\Delta M_1 G_1 M_2$ – площадь треугольника, вершины которого точки M_1, M_2 и G_1 . G_1 – точка пересечения касательных, проходящих через точки M_1, M_2 .

Для последующих сегментов обвода параметр γ_i рассчитывается по формуле [3]:

$$\gamma_{i+1} = \gamma_i \frac{S\Delta M_i G_i M_{i+1}}{S\Delta M_i G_{i+1} M_{i+2}} \left(\frac{|M_{i+1} G_{i+1}|}{|M_{i+1} G_i|} \right)^3, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4)$$

В результате получены на плоскости (x, y) векторные уравнения сегментов обвода для замкнутого контура:

$$r_{M_i} : \bar{r}_i = (x_i(t_i), y_i(t_i)), \quad t_i \in R.$$

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Рассмотрим алгоритмы практического построения обвода замкнутого контура. Контур задан массивом точек $\{M_i\}_1^4 : \{(0, 0), (-30, 30), (0, 60), (30, 30), (0, 0)\}$. Кривизна в точке M_1 принята $k(M_1)=0,02$. По исходным данным, используя предложенный метод и алгоритм построения касательных (рис. 2), строятся сегменты обвода, состоящие из дуг кривых 2-го порядка. При первой итерации построения касательных устанавливается взаимовлияние положения соседних касательных. Расчет касательной l_4 меняет положение G_1 . Последующие итерации построения касательных направлены на изменение формы получаемой кривой. В приведенном примере для определения точек $G_1(-40,98076211, -10,98076211)$, $G_2(-19,01923789, 70,98076211)$, $G_3(19,01923789, 49,01923789)$, $G_4(40,98076211, 10,98076211)$ пересечения касательных l_1, l_2, l_3, l_4 , определены параметры $t_1=2$,

$t_2=2, t_3=2, t_4=2$. Форма кривой зависит от положения точек пересечения касательных, а также, от радиуса кривизны, заданной в начальной точке обвода (рис. 4).

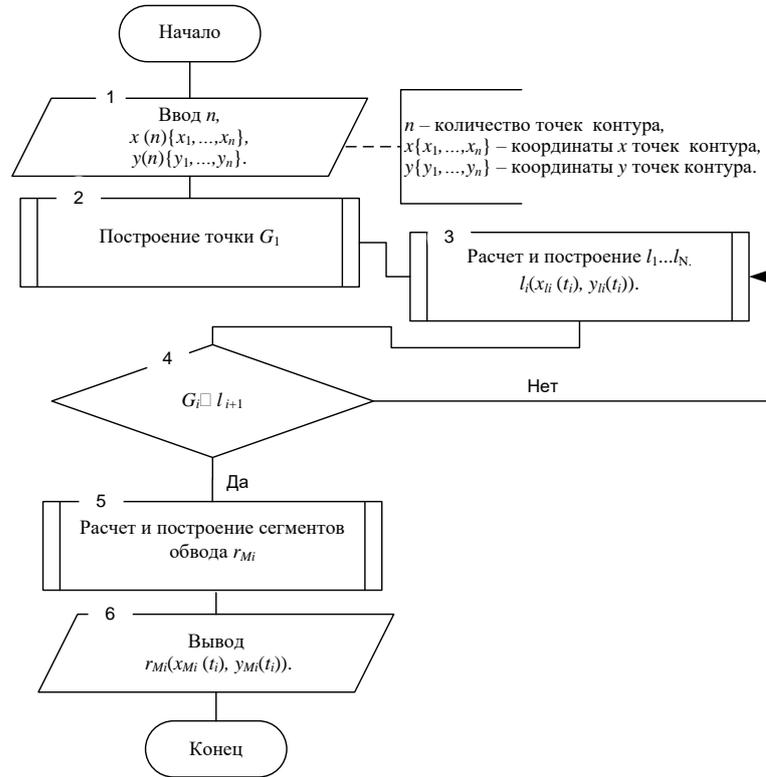


Рис. 2. Обобщенный алгоритм построения сегментов обвода

На рис. 3 представлен результат работы вышеописанного алгоритма. Получены параметрические уравнения дуг сегментов обвода:

$$x_{r_{M1}} = \frac{0,5t \cdot (-81,96152422 + 52,56764730 \cdot t)}{0,4898979490 \cdot t^2 - t + 1}, \quad y_{r_{M1}} = \frac{t(-10,98076211 + 25,67770057 \cdot t)}{0,4898979490 \cdot t^2 - t + 1}, \quad t \in [0,1];$$

$$x_{r_{M2}} = \frac{(1-t) \cdot (-30 + 10,98076211 \cdot t)}{0,8485281370 \cdot t^2 - t + 1}, \quad y_{r_{M2}} = \frac{9,930926110 \cdot t^2 + 10,98076211 \cdot t + 30}{0,8485281370 \cdot t^2 - t + 1}, \quad t \in [0,1];$$

$$x_{r_{M3}} = \frac{0,2 \cdot t \cdot (95,09618945 + 379,9163287 \cdot t)}{3,166750121 \cdot t^2 - t + 1}, \quad y_{r_{M3}} = \frac{105,9832657 \cdot t^2 - 70,98076211 \cdot t + 60}{3,166750121 \cdot t^2 - t + 1}, \quad t \in [0,1];$$

$$x_{r_{M4}} = \frac{(1-t) \cdot (30 + 10,98076211 \cdot t)}{0,8485281380 \cdot t^2 - t + 1}, \quad y_{r_{M4}} = \frac{(-1+t) \cdot (-30 + 19,01923789 \cdot t)}{0,8485281380 \cdot t^2 - t + 1}, \quad t \in [0,1].$$

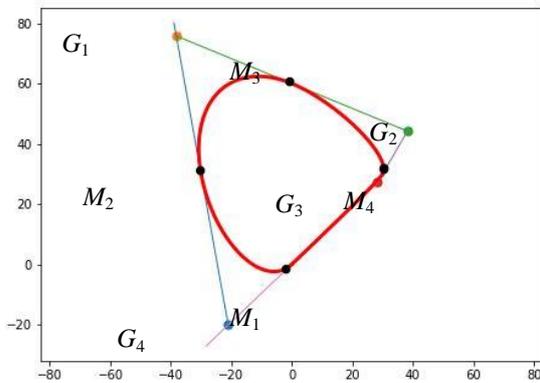


Рис. 3. Обвод кривыми второго порядка

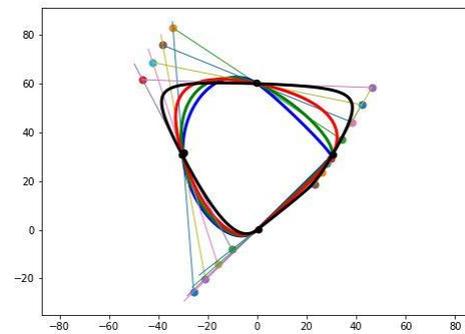


Рис. 4. Изменение формы кривой, в зависимости от положения касательных и кривизны в первой точке обвода

V. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несомненным преимуществом предложенного подхода является то, что рассмотренный алгоритмом построения гладкого класса обвода, методом кривых второго порядка с заданными касательными в узлах, опирается на простые алгоритмы, не связанные с определением нужного количества производных в месте стыковки для обеспечения 2-го порядка гладкости. Но следует отметить, что требуемая форма кривой достигается итерационными методами управления формой кривой, и в случае построения обвода по большему количеству узловых точек степень автоматизации снижается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Г. И. Начертательная геометрия / Под ред. Г.И. Иванов. М.: Машиностроение, 1995. 224 с.
2. Мясоедова Т. М., Панчук К. Л. Геометрическая модель генерации семейства контурно-параллельных траекторий (эквидистант) обрабатывающего инструмента // Динамика систем, механизмов и машин. 2018. Т. 6, № 2. С. 262–269.
3. Фоменко В. Т., Сидорякина В. В. Построение гладкого класса C^2 обвода методом кривых второго порядка с заданными касательными в узлах // Вестник Таганрогского государственного педагогического института. 2013. № 1. С. 37–41.

УДК 621.01

МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕКТОРА ОБОБЩЕННЫХ СКОРОСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ РУКИ АНДРОИДНОГО РОБОТА

Ф. Н. Притыкин, В. И. Небритов

Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия

Аннотация. При планировании движения механизма руки андроидного робота в организованном пространстве существует необходимость сокращения времени расчета траектории в пространстве обобщенных координат. Указанное время значительно зависит от времени расчета вектора приращений обобщенных координат на каждом шаге расчетов. В работе проведены геометрические исследования на основе изучения закономерностей изменения среднего смещения узловых точек, которые задают положение механизма руки андроидного робота при реализации мгновенных состояний. На основе геометрического анализа указанных смещений предложен метод, позволяющий сократить время итерационного поиска вектора приращений обобщенных координат.

Ключевые слова: линейные смещения; андроидный робот; узловые точки; синтез движений; пространство обобщенных координат; движение по вектору скоростей.

DOI: 10.25206/2310-4597-2019-1-215-219

I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из задач при планировании движения механизма руки автономно функционирующего андроидного робота в организованной среде является сокращение времени расчёта траектории в пространстве обобщенных координат [1–4]. Указанное время значительно зависит от времени расчёта вектора приращений обобщенных координат на каждом шаге расчетов [5, 6].

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе приведены исследования, позволяющие сократить указанное время вычислений на примере синтеза движений механизма руки андроидного робота AR-600E по вектору скоростей. Для решения поставленной задачи определим средние смещения узловых точек механизма руки по направлениям осей инерциальной системы координат при его реализации мгновенных состояний для различных конфигураций. Указанные реализации удовлетворяют заданной точности позиционирования центра выходного звена (ВЗ). В работе предложен способ, позволяющий сократить время итерационного поиска значения вектора мгновенных обобщенных скоростей, при котором отсутствует пересечение механизма руки с запретной зоной. Исследование значения параметра, определяющего среднее смещение узловых точек механизма руки, позволили определить конфигурации, для которых достигается увеличение смещения указанных точек за одну итерацию [7, 8].