

УДК 551.51.81

DOI: 10.25206/2310-4597-2025-1-84-89

**Применение характеристической функции случайного процесса
к анализу вспышки опасных конвективных явлений**

**Application of the characteristic function of a stochastic process
to the analysis of severe weather outbreak**

Я. А. Сурков, А. Б. Ионов, Г. В. Никонова

Омский государственный технический университет, Омск, Российская Федерация

Ya. A. Surkov, A. B. Ionov, G. V. Nikonova

Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

Аннотация. В данной работе рассматривается исследование характеристической функции случайного процесса и ее плотности вероятности, построенным по радиолокационной отражаемости наиболее характерных погодных аномалий, применительно к случаям крупного града и смерчей. Приведен анализ исследуемой области погодных явлений и существующих систем метеонаблюдений оперативного мониторинга и диагностики опасных конвективных явлений, которые относятся к разряду случайных процессов. Данные получены с использованием доплеровских метеорологических радиолокаторов. Анализируется смерч 9 июня 1984 года в Центральном Федеральном Округе России, а также суперячейковые грозы, породившие торнадо пятой категории восточнее Иваново и крупный град весом до одного килограмма в Ярославской области.

Ключевые слова: характеристическая функция, случайный процесс, плотность вероятности, суперячейка, крупный град, смерч

Abstract. This paper examines the study of the characteristic function of a random process and its probability density, constructed using radar reflectivity of the most typical weather anomalies, as applied to cases of large hail and tornadoes. The study area of weather phenomena and existing meteorological observation systems for operational monitoring and diagnostics of dangerous convective phenomena, which are classified as random processes, are analyzed. The data were obtained using Doppler meteorological radars. The tornado of June 9, 1984 in the Central Federal District of Russia is analyzed, as well as supercell thunderstorms that generated a category 5 tornado east of Ivanovo and large hail weighing up to one kilogram in the Yaroslavl Region.

Keywords: characteristic function, stochastic process, probability density, supercell, large hail, tornado

Введение

На сегодняшний день гидрометеорологической службе Российской Федерации необходимы системы метеорологического мониторинга, таких, как профилометры, грозопеленгаторы и радиолокаторы. Для оперативного мониторинга опасных конвективных штормов, генерирующих крупный град, шквалы и торнадо, необходимо обеспечивать устойчивое покрытие вышеперечисленными системами в связи с быстрыми и резко изменяющимися характеристиками метеоявлений. Особенности точного и оперативного прогнозирования опасных явлений погоды, в том числе конвективного характера основаны на математических методах анализа, в том числе вероятностных. Данные метеонаблюдений относятся к разряду случайных процессов, поэтому для задачи прогнозирования и анализа используются моделирование процессов, где применяются классическая статистическая теория принятия решений, метод дерева решений, нечеткая логика и другие вероятностные методы обработки информации [1–3].

Предлагается рассмотреть пример анализа с помощью характеристической функции и графика плотности вероятности, построенным по радиолокационной отражаемости наиболее характерных погодных аномалий. В качестве объекта исследования взяты: вспышка опасных конвективных явлений в ЦФО 9 июня 1984 года, которая является самой разрушительной за всю историю метеонаблюдений в России и одной из самых мощных в Европе. Как минимум восемь сильных смерчей пронесли по территории округа в тот день. Имеется информация о 74 погибших по данным Европейской Базы Сильных Штормов (ESWD), однако с большей долей вероятности жертв было намного больше. По данным американских исследователей Джонатана Финча и Дэна Бикоса торнадо пятой категории по шкале Фудзиты, прошедший восточнее Иваново, унес жизни как минимум 400 человек, более 1500 получили травмы различной степени тяжести. Кроме того, в соседней Ярославской области, в Тутаевском и Даниловском районах наблюдался крупный град, превышавший в диаметре 15 сантиметров [4].

Теория

Отражательная способность метеорологических целей. Для оперативного мониторинга и диагностики опасных конвективных явлений используются доплеровские метеорологические радиолокаторы (ДМРЛ). Одним из базовых продуктов ДМРЛ является радиолокационная отражаемость, что представляет собой меру эффективной площади рассеяния цели, которая может быть обнаружена радиолокатором и сравнима с эффективной площадью обратного рассеяния. Это мощность, отражаемая гидрометеорами (дождь, снег, крупа, град). Коэффициент отражения определяется как общая площадь отражения гидрометеора на кубический метр при диэлектрической проницаемости, превышающей ноль. Это значение пропорционально шестой степени диаметра сферического объекта. Поскольку гидрометеоры имеют разный диаметр, умножить это значение на их количество невозможно. Следовательно, коэффициент отражения представляет собой сумму всех отдельных объектов в пространстве размером в один кубический метр с учетом их диаметров:

$$Z = \int_0^{D_{max}} N_0 * e^{-\Lambda D} * D^6 dD$$

Здесь N_0 – количество гидрометеоров в единице объема, D – диаметр гидрометеора, Λ – показатель экспоненциальной функции.

Все типы метеорологических и неметеорологических целей обеспечивают определенный уровень отражательной способности. Количество осадков чаще всего измеряется с помощью соотношения между коэффициентом отражения Z и интенсивностью осадков R .

Коэффициент отражательной способности зависит от размера и количества гидрометеоров в объеме пространства и имеет единицы измерения.

- Обложные осадки: $Z = 200 * R^{1,6}$;
- Осадки, вызванные орографией: $Z = 31 * R^{1,71}$;
- Конвективные осадки: $Z = 286 * R^{1,37}$;
- Снег: $Z = 2000 * R^{1,2}$;

При отсутствии дополнительной информации о гидрометеорах общепринятым является использование значения по умолчанию. Обычно указывается в логарифмической шкале dbZ .

Таким образом, типичная шкала соотношения радиолокационной отражаемости и метеоявлений выглядит следующим образом:

- Ливневые осадки: 25–30 dbZ ,
- Град: 45–60+ dbZ ,
- Шквал: 45–50+ dbZ ,
- Торнадо: 20–70 dbZ , в зависимости от зоны прохождения и насыщенностью вихря обломками.

Методы анализа по данным мониторинга опасных конвективных явлений

Характеристическая функция случайного процесса. Случайные процессы наряду с общепринятыми функциями распределения можно характеризовать некоторыми вспомогательными функциями, которые однозначно связаны с функциями распределения, отражают и описывают все свойства случайного процесса. К таким функциям относится характеристическая функция (х.ф.), предложенная и использованная А.М. Ляпуновым для доказательства теоремы о пределе вероятности [5]. Одномерной характеристической функцией называют статистическое среднее экспоненты с мнимым показателем вида $jV_m \xi(t)$, в котором случайный процесс $\xi(t)$ умножается на произвольный вещественный параметр V_m , являющийся с физической точки зрения коэффициентом усиления (ослабления) мгновенных значений случайного процесса, а произведение $V_m \xi(t)$ есть мгновенная фаза аналитического сигнала [6]. Сам случайный процесс определяет только лишь закон изменения мгновенной фазы сигнала [7]. Математическая модель характеристической функции представляется следующим выражением:

$$\theta_1 V_m = m_1 \{ \exp[jV_m \xi(t)] \},$$

где $\theta_1(V_m)$ – одномерная характеристическая функция, $m_1\{\cdot\}$ – математический знак статистического среднего, $(V_m) = m\Delta V$ – параметр характеристической функции, ΔV – шаг дискретизации параметра функции. С помощью формулы Эйлера можно записать следующее:

$$\theta_1(V_m) = m_1 \{ \cos[V_m \xi(t)] + j \sin[V_m \xi(t)] \} = A(V_m) + jB(V_m),$$

где $A(V_m) = m_1 \{ \cos[V_m \xi(t)] \}$, что является действительной частью характеристической функции, $B(V_m) = m_1 \{ \sin[V_m \xi(t)] \}$, что является мнимой частью характеристической функции. В таком случае имеет место равенство

$$\theta_1(V_m) = |\theta_1(V_m)| \exp[j\gamma(V_m)].$$

Геометрически характеристическая функция может быть интерпретирована посредством пространственной фигуры, образованной вращением радиус-вектора длиной, равной $|\theta_1(V_m)|$, вокруг оси, на которой откладываются значения V_m . При этом проекции точки, принадлежащей получившейся фигуре, на оси координат равны действительной и мнимой частям х.ф. соответственно [8]. Параметры фигуры определяет непосредственно случайный процесс $\xi(t)$. Фигура на рисунке построена для классического гауссового процесса и похожа на воронку.

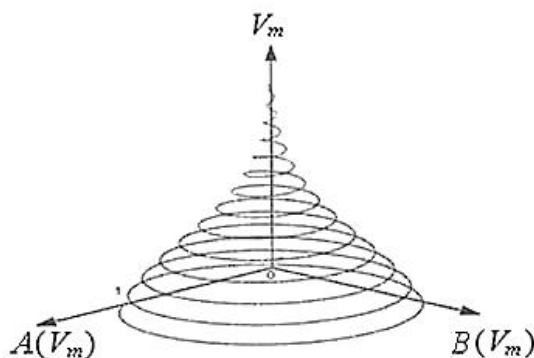


Рис. 1. Одна из возможных интерпретаций характеристической функции

Известная связь характеристической функции с вероятностными характеристиками случайного процесса представлена следующей формулой:

$$\theta_1(V_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_1(x) e^{jV_m x} dx,$$

где $W_1(x)$ – одномерная плотность вероятности случайного процесса $\xi(t)$.

Экспериментальные исследования

Рассмотрим хронологию вспышки конвективных явлений 9 июня 1984 года. Днем ранее центр западного циклона располагался над центральной частью Европы. В его южной части сформировалась вторичная волновая ложбина, быстро смещавшаяся в северо-восточном направлении. Утром 8 июня над Балканским полуостровом располагался оформленный вторичный циклон с выраженной фронтальной системой. В теплом секторе молодого циклона усиливалась адвекция тепла и наблюдался рост конвективной неустойчивости [9]. При прохождении циклона через территории восточной Румынии, Молдовы и Украины давление в центре продолжало падать, наблюдался рост барического градиента. В то же время в Молдове и Одесской области при прохождении суперячейковых гроз имело место выпадение крупного града до 6–8 сантиметров в диаметре и мощные конвективные шквалы со скоростью до 35–40 м/с. В 00 UTC 9 июня материнский циклон располагался над территорией западной России. Ровно через 6 часов произошло слияние барических образований в общий центр

низкого давления. Циклон продолжил движение в северо-восточном направлении. Сильное струйное течение обеспечивало заток теплого сухого воздуха в средних слоях атмосферы. Днем 9 июня зафиксировано формирование восьми суперячейковых гроз на территории от Тверской до востока Костромской области. Четвертая суперячейка оказалась наиболее долгоживущей из всех и сформировала торнадо 5 категории восточнее Иваново. Прохождение вихря сопровождалось градом до 3 см. В общей сложности смерч преодолел расстояние более чем в 100 км и завершил свой путь в лесах Костромской области [10].



Рис. 2. Торнадо EF-5 направляется в сторону турбазы Лунево, Костромская область. 9.06.1984

По данным, полученным с метеорологических радиолокаторов, построим характеристическую функцию и график плотности вероятности.

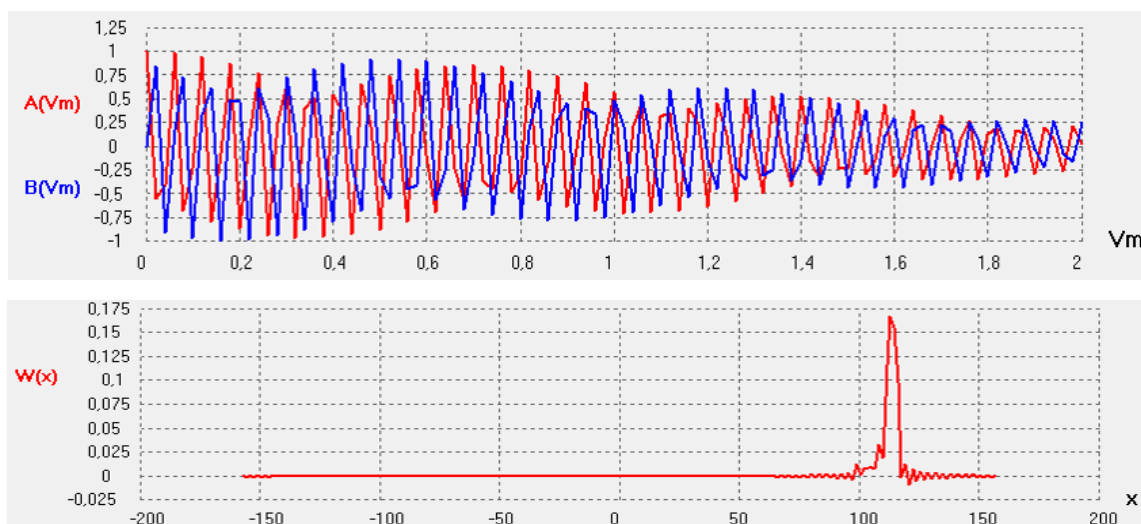


Рис. 3. Характеристическая функция и график плотности вероятности для ивановского смерча

Как можно видеть, на графике плотности вероятности имеется три выраженных пика. Наиболее выраженный из них сигнализирует о высоких значениях отражательной способности. Вторичные пики могут свидетельствовать как о мощных восходящих потоках в суперячейковом облаке, так и о скачкообразном поведении

вихря. По сообщениям очевидцев, торнадо то опускался на землю, то поднимался и имел несколько воронок (multivortex tornado).

Второй по мощности является суперячейка, прошедшая через Ярославскую область. Она породила два торнадо. Первый возник юго-западнее Ростова и оставил после себя масштабный ветровал в 30 км севернее города. Второй был оценен как EF-3 и полностью разрушил деревню Малое Сартово. Эта же суперячейка сгенерировала крупный град весом до 1 кг в Тутаевском и Даниловском районах[11].

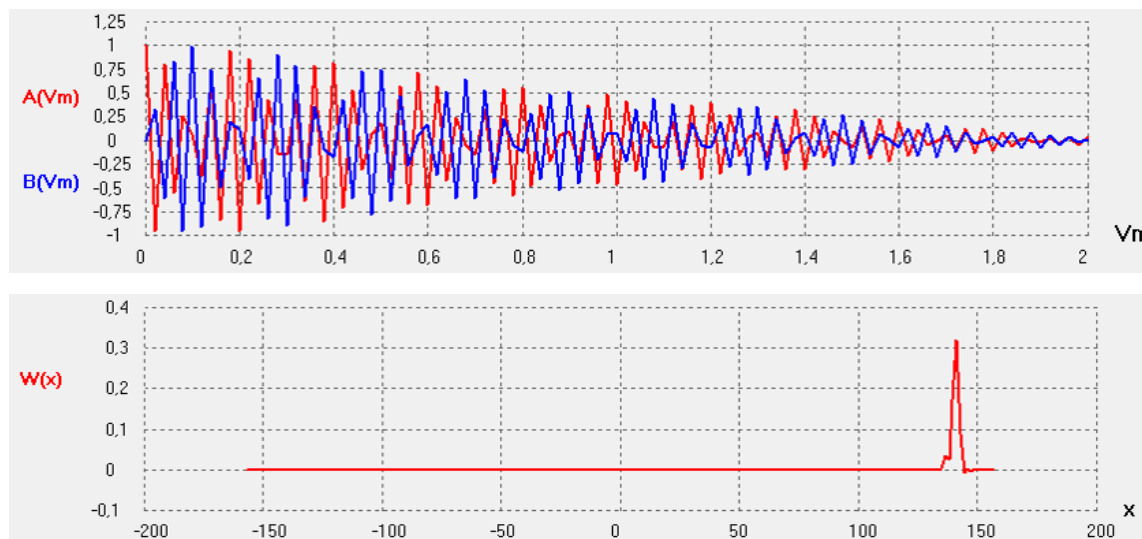


Рис. 4. Характеристическая функция и график плотности вероятности для случая крупного града

Как видно из графика плотности вероятности, имеет место взаимное искажение склонов и наличие двух выраженных пиков, что может говорить о широкой области высокой отражательной способности и локальных зонах экстремальных значений данного параметра (50 dBZ signature).

Заключение

В данной работе представлен анализ двух наиболее мощных суперячейковых гроз с помощью характеристической функции случайного процесса. Была оценена плотность вероятности для обоих случаев по радиолокационной отражаемости. В целом, было успешно воспроизведено событие вспышки конвективных явлений. В дальнейшем планируется проведение расширенного исследования с учетом влияния параметров опасной конвекции и добавления продуктов ДМРЛ, включая доплеровскую скорость, дифференциальную фазу и коэффициент корреляции.

Список источников

1. Polarimetric Radar Characteristics of Melting Hail. Part I. Theoretical Simulations Using Spectral Microphysical Modeling / A. V. Ryzhkov, M. R. Kumjian, S. M. Ganson, A. P. Khain // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2013. Vol. 52, no. 12. P. 2849–2870.
2. Ortega K. L., Krause J. M., Ryzhkov A. V. Polarimetric Radar Characteristics of Melting Hail. Part III. Validation of the Algorithm for Hail Size Discrimination // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2016. Vol. 55, no. 4. P. 829–848.
3. Сурков Я. А., Лутченко С. С. Определение характеристик опасных метеорологических явлений с помощью алгоритмов нечеткой логики по данным доплеровских метеорологических радиолокаторов // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации : сб. ст. LXIX Междунар. науч.-практ. конф. (Пенза, 15 марта 2024 г.). Пенза : МЦНС «Наука и просвещение», 2024. С. 26–30.
4. Finch J., Bikos, D. Russian tornado outbreak of 9 June 1984 // E-journal of Severe Storms Meteorology. 2012. Vol. 7, no. 4. P. 1–28.

5. Ляпунов А. М. Об одной теореме теории вероятностей. Одно общее предложение теории вероятностей. Новая форма теоремы о пределе вероятности // Собрание сочинений : в 6 т. М. : Изд-во АН СССР, 1954. Т. 1. С. 125–176.
6. Вешкурцев Ю. М. Автокогерентные устройства измерения случайных процессов / Ом. гос. техн. ун-т. Омск : Изд-во ОмГТУ, 1995. 163 с.
7. Вешкурцев Ю. М., Бычков Е. Д., Титов Д. А. Приложение теории нечетких множеств в цифровой фильтрации случайных сигналов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2004. Вып. 3. С. 3–9.
8. Вешкурцев Ю. М. Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов. М. : Радио и связь ; Омск : Изд-во ОмГТУ, 2003. 201 с.
9. Капитонова Т. П. Энергетика и кинематика циклона, прошедшего над ЕТС 8-10 июня 1984 // Метеорология и гидрология. 1986. № 10. С. 45–52.
10. Васильев А. А., Песков Б. Е., Снитковский А. И. Смерчи 9 июня 1984 г. : информ.-метод. письмо. Л. : Гидрометеиздат, 1985. 40 с.
11. Lyakhov M. Y. Tornadoes in the midland belt of Russia // Soviet Geography. 1987. Vol 28, no. 8. P. 562–570.